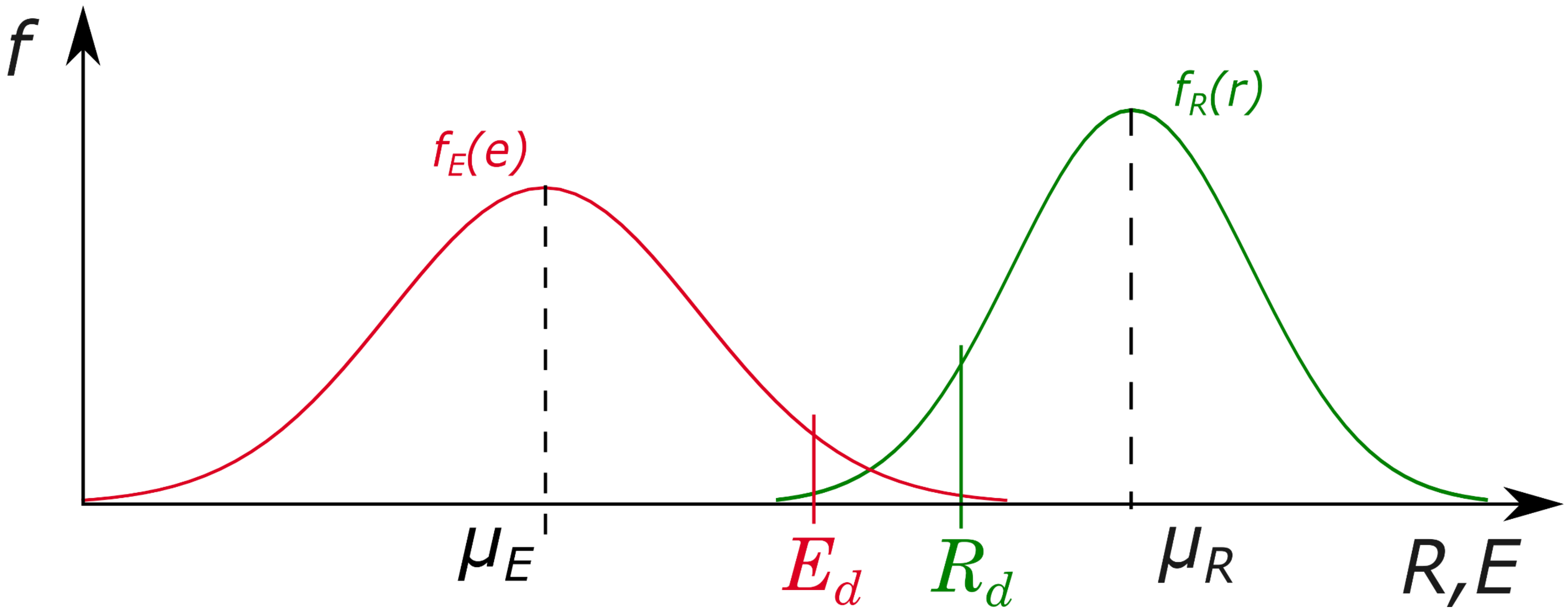


Spolehlivost konstrukcí

CVIČENÍ 4: PODMÍNKY SPOLEHLIVOSTI, PRAVDĚPODOBNOST PORUCHY, INDEX SPOLEHLIVOSTI

Podmínka spolehlivosti

- deterministicky:

$$R_d \le E_d$$

- pravděpodobnostně: $\boxed{\begin{array}{c} P_f = P(R-E<0) = P(Z<0) \\ p_f \le p_d \end{array}}$

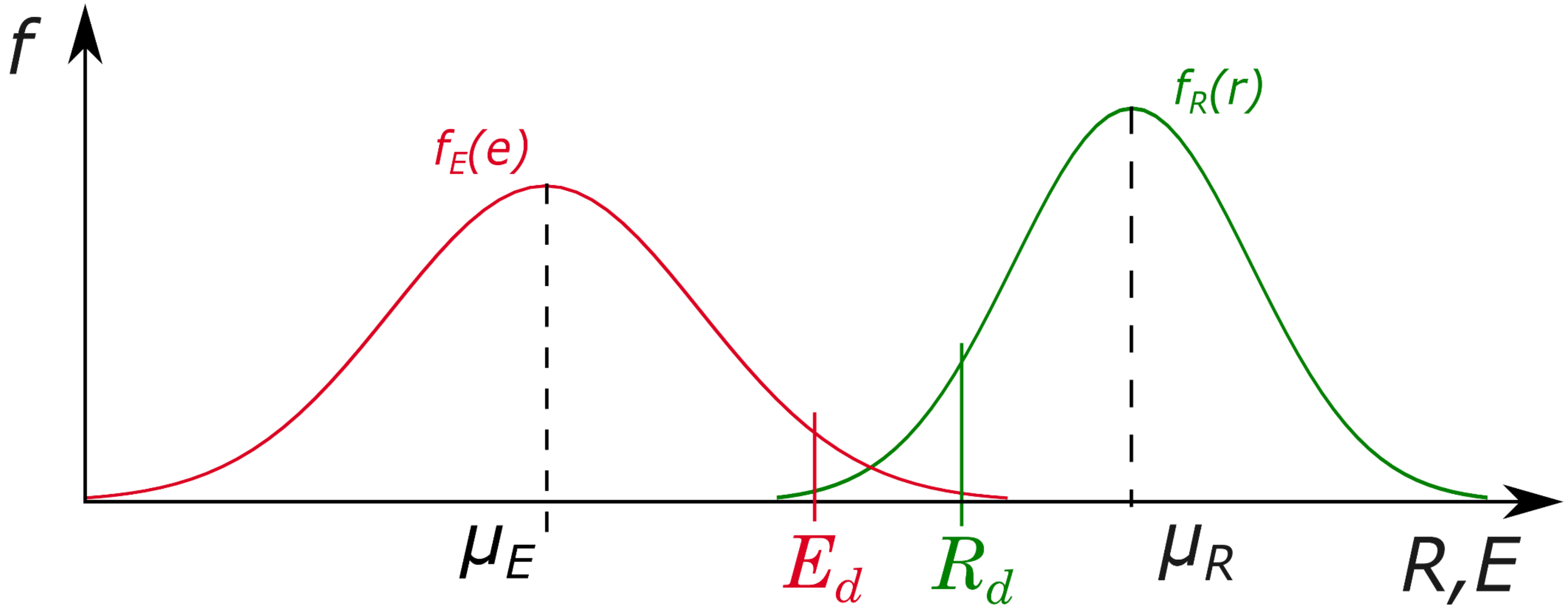
*Rezerva spolehlivosti **Z**

$$Z = R - E \ge 0$$

$$Z = g(R, E)$$

Porucha:

$$Z = g(\mathbf{X}) < 0$$



Výpočet pravděpodobnosti poruchy p_f

Porucha nastane pokud: $R \leq x$ a současně $E \in \left\langle x - \frac{dx}{2}, x + \frac{dx}{2} \right\rangle$

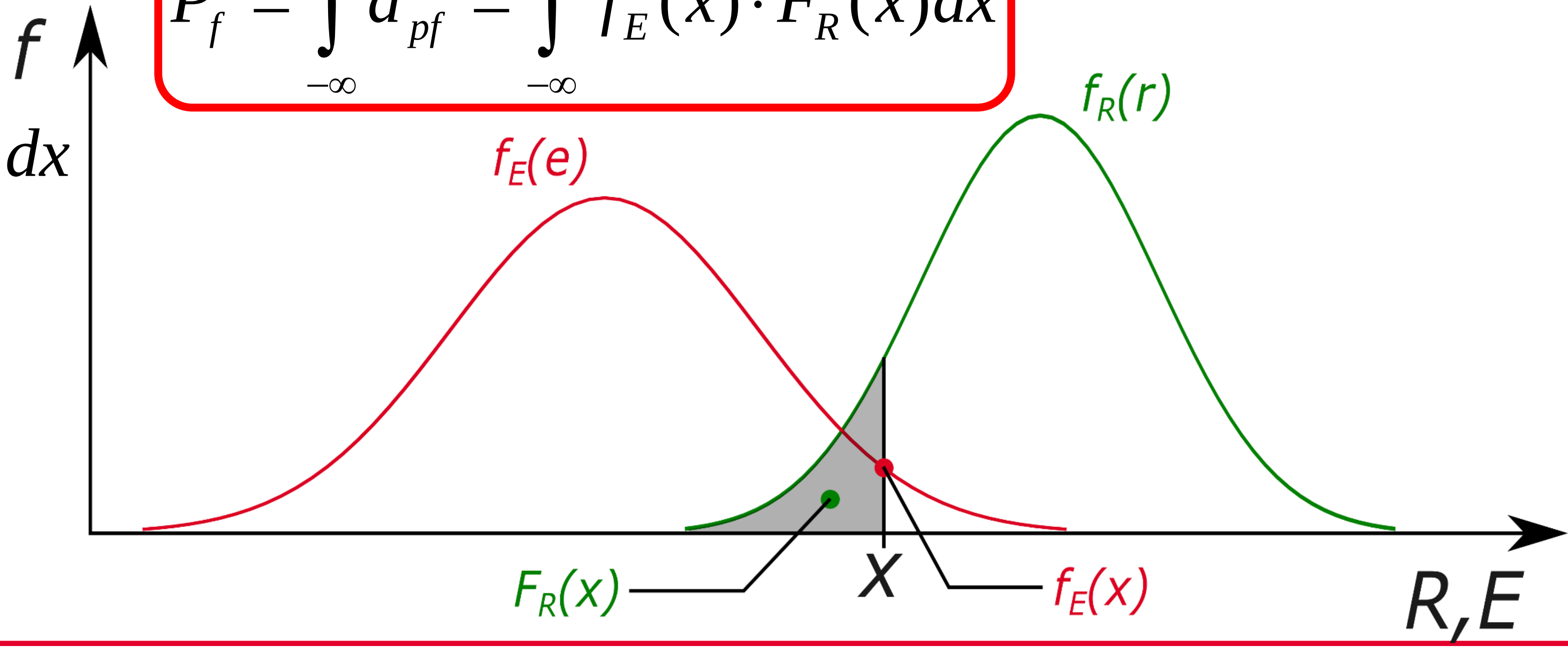
$$P(R \leq x) = F_R(x)$$

$$P\left(x - \frac{dx}{2} \leq E \leq x + \frac{dx}{2} \right) = f_E(x) \cdot dx$$

Pravděpodobnost, že obojí platí současně:

$$d_{pf} = f_E(x) \cdot F_R(x) \cdot dx$$

$$\boxed{P_f = \int_{-\infty}^{\infty} d_{pf} = \int_{-\infty}^{\infty} f_E(x) \cdot F_R(x) dx}$$



Stanovení pravděpodobnosti poruchy

- Analyticky
  - Pouze jednoduché případy
  - V praktických aplikacích nepoužitelné

- Numericky
  - Simulační metody typu Monte Carlo (výpočetně velmi náročné)
  - Aproximační metody (zjednodušení výpočtu)

Cornellův index spolehlivosti

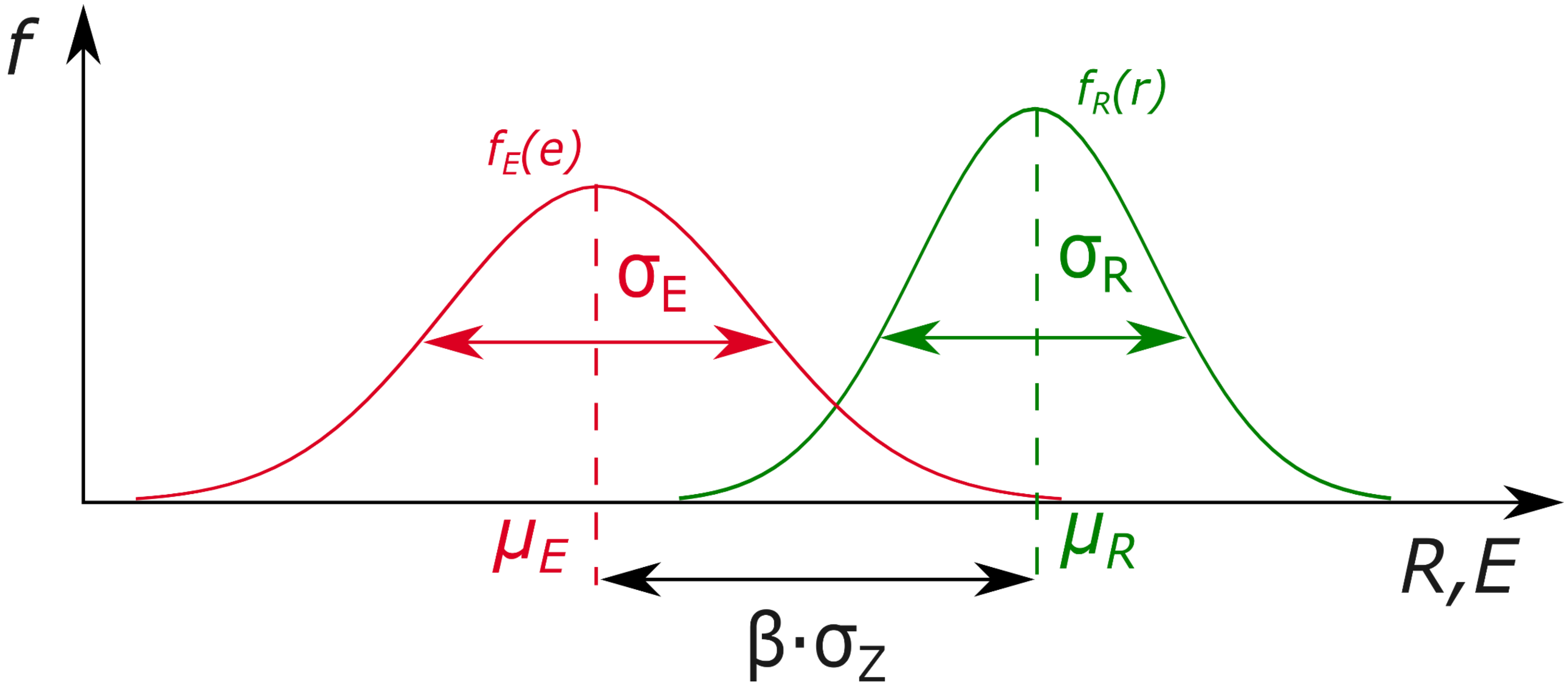
Pokud **R** a **E** jsou nezávislé a mají normální rozdělení, pak i rezerva spolehlivosti **Z=R-E** má normální rozdělení.

$$\boxed{\begin{aligned} \mu_Z &= \mu_R - \mu_E \\ {\sigma_Z}^2 &= \sigma_R^2 + \sigma_E^2 \end{aligned}}$$

Cornellův index spolehlivosti je pak definován jako:

$$\boxed{\beta = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} = \frac{\mu_R - \mu_E}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2}}}$$

Cornellův index spolehlivosti

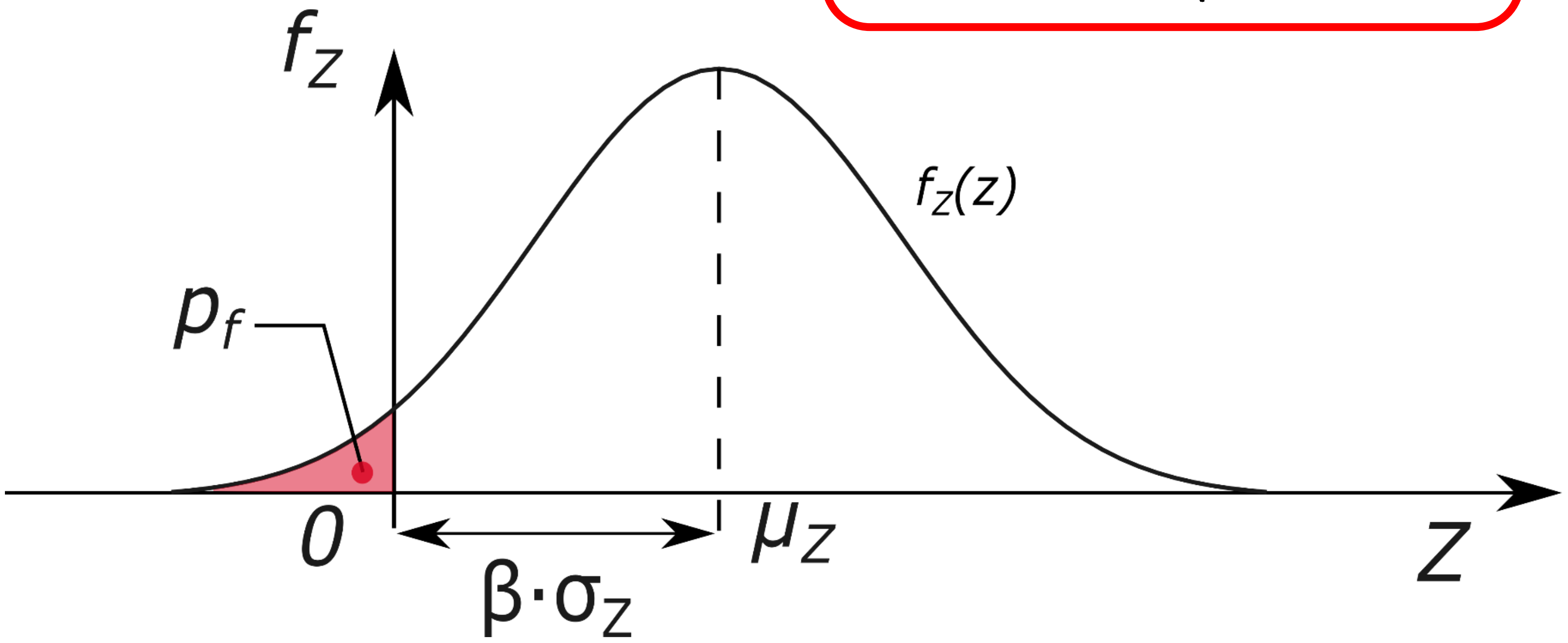


Cornellův index spolehlivosti

Lze vyjádřit následovně:

Cornellův index spolehlivosti nám dává informaci, kolikrát lze umístit směrodatnou odchylku rezervy σ_Z mezi střední hodnotu μ_Z a nulu.

$$\beta = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} = \frac{\mu_R - \mu_E}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2}}$$



Vztah mezi β a p_f

Index spolehlivosti se využívá (v normativních dokumentech) místo pravděpodobnosti poruchy. Jsou spolu svázány následujícím vztahem:

$$\boxed{\begin{aligned} p_f &= \Phi(-\beta) \\ \beta &= -\Phi^{-1}(p_f) \end{aligned}}$$

- Φ je distribuční funkce standardního normálního rozdělení
- Φ^{-1} je inverzní distribuční funkce standardního normálního rozdělení

Příklad 1.

Vypočtěte pravděpodobnost poruchy pro danou odolnost konstrukce **R** a účinek zatížení **E**:

X	**Rozdělení**	**a**	**b**
E	R	38.1	141.9
R	R	115.4	184.6

1. Stanovení $f_E(x)$ a $f_R(x)$
2. Určení oblasti integrace
3. Výpočet p_f:

$$P_f = \int_{-\infty}^{\infty} d_{pf} = \int_{-\infty}^{\infty} f_E(x) \cdot F_R(x) dx$$

Příklad 1. (rozšíření)

Vypočtěte pravděpodobnost poruchy a Cornellův index spolehlivosti pro danou odolnost konstrukce **R** a účinek zatížení **E**:

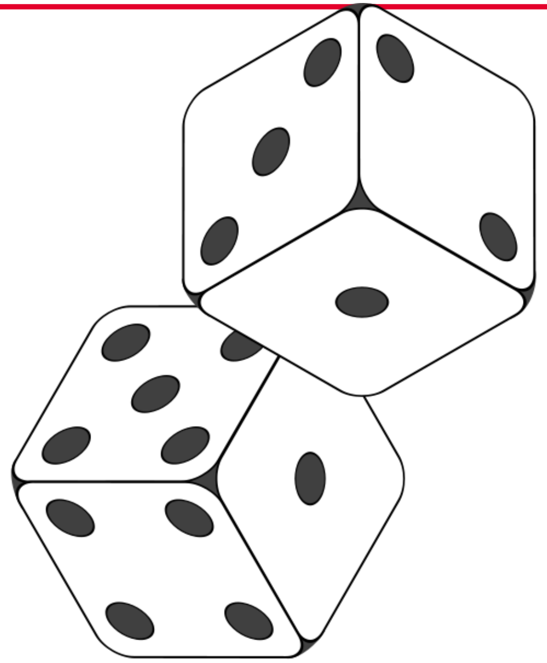
X	Rozdělení	a	b
E	R	38.1	141.9
R	R	115.4	184.6

1. Stanovení $f_E(x)$ a $f_R(x)$ a jejich statistické momenty
2. Výpočet Cornellova indexu spolehlivosti a odpovídající pravděpodobnost poruchy
3. Určení oblasti integrace, distribuční funkce odolnosti konstrukce R
4. Analytická výpočet p_f a stanovení odpovídajícího Cornellova indexu

Příklad 2.

Hra se Smrtí v kostky:

- Smrt hází jednou – Veličina E
- Vy házíte dvakrát – Veličina R



Podmínka přežití: $Z = R - E \geq 0$

Jaká je pravděpodobnost smrti?

1. Hází Smrt: stanovení $f_E(x)$ a $F_E(x)$ (i statistické momenty)
2. Házíte vy: vypsat tabulku možných výsledků, stanovení $f_R(x)$ a statistické momenty
3. Výpočet Cornellova indexu spolehlivosti a odpovídající pravděpodobnost poruchy
4. Analytická výpočet p_f a stanovení odpovídajícího Cornellova indexu